PITAGORA

Matematica -Filosofia- Religione

Pitagora affermava che l' universo è governato dai numeri, ma i numeri a cui si riferiva erano gli interi e le frazioni, cioè i numeri razionali. Un numero irrazionale, cioè decimale illimitato non periodico, non è rappresentabile in forma frazionaria.
Il più famoso numero irrazionale è P greco. A scuola, talvolta, lo si approssima con 3.14, ma il suo vero valore è più vicino a 3.14159……..,ma anche questa cifra è soltanto un' approssimazione.
Per Pitagora, la bellezza della matematica era l' idea che i numeri razionali potessero spiegare tutti i fenomeni naturali. Questo orientamento filosofico rese Pitagora cieco dinanzi all' esistenza dei numeri irrazionali e forse determinò l' esecuzione di uno dei suoi allievi.

I NUMERI IRRAZIONALI
Pitagora, oltre ad essere noto per il suo famoso teorema, fece importanti studi su i numeri irrazionali. I numeri irrazionali sono tutti quei numeri non esprimibili come il quoziente di due numeri interi, e in forma decimare, un numero irrazionale emette una serie infinita di cifre decimali, che non si riduce mai alla ripetizione periodica di uno stesso gruppo di numeri
I numeri irrazionali inoltre, furono inventati per necessità di ampliare l'insieme dei numeri, che emerse dallo studio della geometria: infatti la lunghezza della diagonale di un quadrato di lato uguale a una unità, così come il rapporto tra una circonferenza e il suo raggio, non possono essere espressi da un numero razionale
I pitagorici avevano come base della loro filosofia i numeri, ad essi risale il concetto di entità matematiche, numeri, figure geometriche come astrazioni. Questa loro concezione tuttavia non era presente fin dall'inizio, i primi pitagorici avevano concepito infatti una TEORIA MONADICA, caratterizzata da numeri figurati, che da una parte conduceva ad una spiegazione quantitativa dell'universo, dall'altra, applicata alla geometria, dava luogo all'aritmogeometria pitagorica. Dai numeri figurati i pitagorici sono arrivati a trovare la formula delle terne pitagoriche, dall'aritmogeometria invece si giunse a postulare le proprietà matematiche dei singoli numeri o classi numeriche.
Le varie scoperte e dimostrazioni fatte, tra cui soprattutto il Teorema di Pitagora portarono però risultati imprevisti e soprattutto indesiderati tra i discepoli e lo stesso Pitagora. Difatti si arrivò a scoprire (due dimostrazioni, una geometrica e una algebrica sono fra le più accreditate) l'esistenza di numeri particolari, formati da un numero non finito di cifre (e non periodici, quindi non esprimibili tramite frazioni) i cosiddetti numeri irrazionali. E questo per loro era impossibile: infatti per i pitagorici numero significava solo numero intero perciò essi erano infastiditi dalla scoperta che alcuni rapporti (quello ad esempio di un'ipotenusa e un suo cateto o tra la diagonale e il lato di un quadrato) non fossero esprimibili mediante numeri interi.
I pitagorici non li potevano accettare perché fino a quel momento avevano identificato il numero con la geometria; l'esistenza dei rapporti incommensurabili annullò questa identificazione, perciò si restrinse la considerazione dei rapporti numerici a quelli commensurabili.
L'esistenza di grandezze incommensurabili e conseguentemente dei numeri irrazionali contraddiceva non solo le convinzioni filosofiche dei pitagorici, ma metteva anche in crisi il concetto di infinito della filosofia greca.La teoria degli irrazionali veniva vista cm quasi come un timore, una paura per i pitagorici. Questa rafforza il fatto che il numero fosse la cosa più importante e per questo tutte le proprietà geometriche venissero ridotte a proprietà aritmetiche. Dopo la scoperta degli incommensurabili questa riduzione non era sempre possibile. La geometria quindi venne ad acquisire una superiorità rispetto all'aritmetica (che prevedeva all'epoca solo l'uso di numeri razionali). Questa posizione primaria si riscontra in Euclide ed in genere in tutto il periodo del più rigoglioso sviluppo della matematica greca.
L'altra dimostrazione pervenutaci è quella di cui ci parla Aristotele e fa riferimento alla distinzione tra numeri pari e numeri dispari. Siano d ed l la diagonale ed il lato di un quadrato e supponiamo

che siano commensurabili, ossia che il loro rapporto d/l sia un numero razionale m/n, con m ed n numeri reali privi di fattori comuni.

Per il teorema di Pitagora si ha che d2 = l2+l2 ossia (d/l)2 = 2, ma d/l = m/n, per cui (m/n)2= 2, cioè m2= 2n2. Pertanto m2 è pari e quindi m è pari. Se poniamo m = 2p si ha che 4p2 = 2n2 da cui otteniamo che anche n dovrebbe essere pari contro l'ipotesi che m ed n non avessero fattori in comune. Ne segue che l'ipotesi della commensurabilità tra diagonale e lato di un quadrato è falsa. La stessa dimostrazione si può riportare per dimostrare l'irrazionalità di v3, v5, ecc. e sembra che di essa se ne servì, più tardi, un maestro di Platone, Teodoro di Cirene, per dimostrare l'assurdità di supporre razionali tutte le quantità del suddetto tipo fino a v17, ovviamente escludendo v4, v9, v16.

RELIGIONE

Per i Pitagorici due risultano essere le più importanti dottrine formulate : La prima è quella della trasmigrazione delle anime, di derivazione orfica: l'Orfismo trovò fertile terreno di sviluppo nell'Italia Meridionale e senz'altro sostenne la dottrina della trasmigrazione delle anima prima dei Pitagorici. Sembra quindi che Pitagorismo e Orfismo siano la stessa cosa, ma non è così. L'Orfismo è di carattere maggiormente religioso, il Pitagorismo è più filosofico. Ma vi è poi un'altra grande differenza, che consiste nei mezzi con cui si può raggiungere il fine (la purificazione): per gli Orfici occorreva compiere riti e vivere in modo giusto, per i Pitagorici bisognava sì vivere in modo giusto e compiere riti, ma anche (e soprattutto) conoscere i numeri, che stanno alla base della dottrina pitagorica. La seconda grande dottrina pitagorica è appunto quella dei numeri, che è legata, come abbiamo visto, alla precedente. I Pitagorici furono dunque i primi greci ad occuparsi in maniera sistematica della matematica. Essi Ritenevano che i principi della matematica fossero anche i principi dell'intera realtà. Notarono infatti che la matematica aveva tutti i principi adatti per essere presa come principio dell'intera realtà. Essa non è un'opinione e Aristotele stesso dirà che gli oggetti di studio della matematica sono permanenti ed immutabili. Se ad esempio prendiamo la musica, gli accordi non sono nient'altro che rapporti matematici. Proprio partendo da questo esempio, che è il più evidente, estesero le loro dottrine all'intera realtà, così come aveva fatto Talete con il magnete. Così come Talete aveva notato che tutte (o quasi) le cose sono caratterizzate dall'acqua, i Pitagorici notarono che tutte le cose sono caratterizzate dalla misurabilità, vale a dire che si possono misurare. Chiaramente questo segnò un grandissimo passo avanti verso l'astrazione. Bisogna senz'altro riconoscere un merito ai Pitagorici: per loro infatti la fisica è spiegabile tramite la matematica. Il loro rapporto con la matematica non è puramente metodologico, come è per noi, ma anche ontologico: non si tratta per loro di studiare solo i numeri, ma anche la realtà, servendosi dei numeri. Nonostante i Pitagorici abbiano avuto la grande intuizione di applicare la matematica per indagare la realtà, non se ne sono serviti poi molto. Il motivo di questo loro limite è dovuto in gran parte alla mancanza di strumenti concettuali e materiali. Non potendo fare della matematica un uso effettivo, essi finirono per provare a cogliere delle somiglianze tra le caratteristiche dei numeri e quelle della realtà. Per esempio, arrivarono a dire che il numero due corrispondeva al genere femminile, il tre al maschile, il cinque al matrimonio (3+2 = 5). Il quattro ed il nove corrispondevano invece alla giustizia in quanto erano i primi numeri quadrati e suggeriscono l'idea di ordine. Nel tempo stesso va detto che la speculazione numerica pitagorica non può non essere stata influenzata dall' osservazione dei fenomeni astronomici: dagli astri essi debbono aver tratto le loro prime idee dei numeri aventi posizione, cioè fissati come punti nello spazio, degli aggruppamenti numerici formanti figure geometriche definite e costanti , della ricorrenza di alcuni numeri nei fenomeni celesti. In altre parole, il numero viene elevato a principio universale di interpretazione, via via che é esteso dall' ordine aritmetico a quello geometrico e, finalmente, all' ordine fisico. Così, espressione spaziale dell' uno é il punto; della linea, limitata da due punti, il due; della superficie il tre; del solido il quattro. E' Aristotele che attribuisce ai Pitagorici la dottrina secondo la quale i numeri costituiscono l'essenza di tutte le cose. Per comprendere meglio il significato di essa, è necessario tenere conto del modo in cui erano abitualmente compiute le operazioni di calcolo.

Da notare che i Pitagorici non conoscevano lo zero ed è anche facile capire il perchè: con le pietruzze è impossibile rappresentarlo. Questo fatto contribuisce a conferire all'uno uno statuto particolare: è un'entità indivisibile, rispetto alla quale nulla è antecedente. Più che un numero come gli altri, l'uno è la sorgente da cui nascono tutti gli altri numeri. Questi a loro volta si suddividono in pari e dispari, che i Pitagorici identificavano con l'illimitato ed il limite. L'uno veniva chiamato parimpari, in quanto aggiunto ad un dispari genera un pari ed aggiunto ad un pari genera un dispari: ciò significa che l'uno deve contenere in sè sia il pari sia il dispari. Il dispari, a sua volta, diviso in due lascia sempre come resto un'unità che permane come limite, mentre ciò non avviene nel caso del pari, che è pertanto identificato con l'illimitato, l'infinito, che con i Pitagorici diventa un concetto fortemente negativo e così sarà per tantissimo tempo. Mediante il calcolo con i sassolini i Pitagorici dimostrano visivamente alcune proprietà relative a queste classi di numeri: per esempio che pari più pari dia pari, che dispari più dispari dia pari e così via. Di grande simpatia godeva anche il 10, che rappresentava tutti gli altri insieme: . Inoltre esso era una sorta di compendio dell'intero universo ed è rappresentabile sotto la forma chiamata tetraktuV (letteralmente significa "gruppo di quattro")Infatti, la "tetrattide" (tetraktuV) compendiante in sé l'universo (l'1 è il punto, il 2 la linea, il 3 la superficie, il 4 il solido: 1+2+3+4=10). La tetrattide rappresenta quindi la successione delle tre dimensioni che caratterizzano l'universo fisico. Queste considerazioni mostrano come per i Pitagorici ciascun numero è dotato di una propria individualità e pertanto non tutti i numeri si equivalgono come importanza (sembra che l'aristocrazia dei Pitagorici coinvolga addirittura i numeri). I numeri costituiscono una gerarchia di valore e alcuni numeri assurgono a simboli di altre entità, fisiche o concettuali: è il caso della giustizia, rappresentata dal 4 e dal 9. E visivamente il quadrato è rappresentato come la figura avente i lati uguali. Questa trama di corrispondenze simboliche tra numeri e cose è chiamata dai moderni "mistica del numero". E' la conoscenza di questo complesso universo di relazioni tra numeri e cose che costituiva per i Pitagorici il vertice dell'apprendimento. Tra i numeri esistono logoi, ossia rapporti e tra i rapporti è possibile rintracciare una proporzione (in greco analogia), ossia uguaglianze di rapporti . Soprattutto Archita sembra essersi dedicato allo studio di esse. I rapporti e le proporzioni si manifestano soprattutto nell'ambito musicale, dove è centrale la nozione di armonia. Poichè anche i corpi celesti compiono con i loro movimenti percorsi regolari, esprimibili numericamente, i Pitagorici giungono a sostenere l'esistenza di un'armonia delle sfere celesti, non afferrabile dall' occhio umano. Il cosmo (la parola greca kosmoV significa ordine) dei Pitagorici è costituito infatti da un fuoco centrale, paragonato al focolare di una casa, intorno al quale ruotano la terra, la luna, il sole, i cinque pianeti allora conosciuti, ed il cosiddetto cielo delle stelle fisse. Forse per contemplare la serie fino a raggiungere il 10, i Pitagorici aggiungono anche l'antiterra, situata tra il fuoco centrale e la terra. L'aspetto più interessante della cosmologia pitagorica è che - per la prima volta nella storia - la terra non viene vista come centro dell'universo. Ma numero e proporzione dominano non solo su questa scala cosmica, ma anche all'interno del mondo umano. Essi sono all'occhio dei Pitagorici lo strumento fondamentale per far cessare la discordia tra gli uomini e instaurare l'armonia tra essi, nei loro rapporti economici e politici, attribuendo a ciascuno secondo la proporzione geometrica ciò che gli è dovuto in rapporto al suo valore e non a tutti lo stesso. Risalta anche qui l'orientamento aristocratico dei Pitagorici, contro i quali tuonerà Eraclito: per lui infatti il rapporto tra gli opposti non deve essere di armonia, ma di lotta, di tensione. Per i Pitagorici invece per avere armonia ci deve essere annullamento tra gli opposti. Tra i Pitagorici va senz'altro ricordato Filolao, che compose uno scritto in dialetto dorico (che secondo la tradizione sarebbe stato comprato da Platone stesso). Della sua opera ci sono rimasti alcuni frammenti dove è annunciata in maniera assertoria la tesi che il cosmo è composto di elementi illimitati e limitanti. Ritornando alle dottrine pitagoriche, come i movimenti celesti sono eterni, perchè in essi, per la loro circolarità, il principio e la fine si ricongiungono, così anche l'anima, a differenza del corpo, ha una serie di ritorni periodici. Del ritorno periodico di tutte le cose, diceva il pitagorico Eudemo che, data l'identità del moto e la costanza delle successioni, tutti gli eventi si riprodurranno in un tempo prefisso: "così anch' io tornerò a parlare, tenendo questo bastoncino in mano, a voi seduti come ora; e tutto il resto si comporterà ugualmente".